Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2025-26 г.г.
Отборочный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Можно ли обозначить центры клеток квадрата 3 на 3 буквами A_1, A_2, ..., A_9 в некотором порядке так, чтобы среди отрезков $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_8A_9, A_9A_1$ никакие два не были равны и параллельны одновременно? При этом отрезки могут пересекаться друг с другом и некоторые из них могут проходить через точки A_i, отличные от их концов.

9.2. В правильном шестиугольнике ABCDEF на диагоналях BD и DF соответственно отмечены точки P и Q такие, что длины отрезков BP и DQ равны длине стороны шестиугольника. Доказать, что точки C, P и Q лежат на одной прямой. Правильный шестиугольник – это шестиугольник, в котором равны все стороны и равны все углы.

9.3. Найдите все пары целых чисел x, y, удовлетворяющих уравнению: $\sqrt{x-\sqrt{y}}+\sqrt{x+\sqrt{y}}=\sqrt{xy}$.

9.4. Пусть $a, b, c \neq 0$ - различные действительные числа такие, что $a+b+c=0$ и $a^2-b=\ b^2-c=\ c^2-a$. Найти значения выражений 1) abc, 2) $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}$.

9.5. На банкет пришли 30 гостей, каждый оставил в гардеробе пару галош и шляпу, все галоши и все шляпы были разного размера, скажем, от 1-ого до 30-ого, причём размеры галош и шляпы у гостя могли не совпадать. После банкета гости уходили строго по одному, каждый одевал случайную пару галош и шляпу размеров, не меньших собственных. В какой-то момент оказалось, что ни один оставшийся гость не может выбрать себе пару галош и шляпу размеров, не меньших собственных. Какое максимальное количество гостей могло при этом остаться?

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2025-26 г.г.
Отборочный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Можно ли обозначить центры клеток квадрата 3 на 3 буквами A_1, A_2, ..., A_9 в некотором порядке так, чтобы среди отрезков $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_8A_9, A_9A_1$ никакие два не были равны и параллельны одновременно? При этом отрезки могут пересекаться друг с другом и некоторые из них могут проходить через точки A_i, отличные от их концов.

9.2. В правильном шестиугольнике ABCDEF на диагоналях BD и DF соответственно отмечены точки P и Q такие, что длины отрезков BP и DQ равны длине стороны шестиугольника. Доказать, что точки C, P и Q лежат на одной прямой. Правильный шестиугольник – это шестиугольник, в котором равны все стороны и равны все углы.

9.3. Найдите все пары целых чисел x, y, удовлетворяющих уравнению: $\sqrt{x-\sqrt{y}}+\sqrt{x+\sqrt{y}}=\sqrt{xy}$.

9.4. Пусть $a, b, c \neq 0$ - различные действительные числа такие, что $a+b+c=0$ и $a^2-b=\ b^2-c=\ c^2-a$. Найти значения выражений 1) abc, 2) $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}$.

9.5. На банкет пришли 30 гостей, каждый оставил в гардеробе пару галош и шляпу, все галоши и все шляпы были разного размера, скажем, от 1-ого до 30-ого, причём размеры галош и шляпы у гостя могли не совпадать. После банкета гости уходили строго по одному, каждый одевал случайную пару галош и шляпу размеров, не меньших собственных. В какой-то момент оказалось, что ни один оставшийся гость не может выбрать себе пару галош и шляпу размеров, не меньших собственных. Какое максимальное количество гостей могло при этом остаться?