Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2025-26 г.г.
Отборочный этап **10 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

10.1. Пусть a, b действительные числа, большие, чем 4. Покажите, что хотя бы один из трехчленов $x^2 + ax + b$ или $x^2 + bx + a$ имеет два различных действительных корня.

10.2. Действительные числа x, y, a таковы, что $x + y = x^2 + y^2 = x^3 + y^3 = a$. Найти все возможные значения a.

10.3. На доске написаны десять различных натуральных чисел, сумма которых равна 62. Докажите, что произведение этих десяти чисел всегда делится на 60.

10.4. На прямой, проходящей через вершину B остроугольного треугольника ABC параллельно стороне AC, отмечена точка P такая, что $\angle BPC = 2 \cdot \angle BAC$ и точки P и A лежат по разные стороны от прямой BC. Доказать, что сумма длин отрезков BP и PC равна длине стороны AC.

10.5. В шахматном турнире, который проводился в классе с 25 учащимися, каждая пара учеников сыграла максимум одну партию друг с другом. После окончания турнира оказалось, что, для любой сыгранной партии, по крайней мере один из её участников до начала этой партии сыграл не более 10 партий. Каково максимально возможное количество сыгранных партий на этом турнире?

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2025-26 г.г.
Отборочный этап **10 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

10.1. Пусть a, b действительные числа, большие, чем 4. Покажите, что хотя бы один из трехчленов $x^2 + ax + b$ или $x^2 + bx + a$ имеет два различных действительных корня.

10.2. Действительные числа x, y, a таковы, что $x + y = x^2 + y^2 = x^3 + y^3 = a$. Найти все возможные значения a.

10.3. На доске написаны десять различных натуральных чисел, сумма которых равна 62. Докажите, что произведение этих десяти чисел всегда делится на 60.

10.4. На прямой, проходящей через вершину B остроугольного треугольника ABC параллельно стороне AC, отмечена точка P такая, что $\angle BPC = 2 \cdot \angle BAC$ и точки P и A лежат по разные стороны от прямой BC. Доказать, что сумма длин отрезков BP и PC равна длине стороны AC.

10.5. В шахматном турнире, который проводился в классе с 25 учащимися, каждая пара учеников сыграла максимум одну партию друг с другом. После окончания турнира оказалось, что, для любой сыгранной партии, по крайней мере один из её участников до начала этой партии сыграл не более 10 партий. Каково максимально возможное количество сыгранных партий на этом турнире?